

Alogrytmy Optymalizacji Dyskretnej

Lista 2

Rafał Włodarczyk 279762

2025-11-05

Spis treści

1	Zadanie 1	2
1.1	Opis problemu	2
1.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	2
1.3	Ograniczenia	3
1.4	Funkcja Celu	3
1.5	Egzemplarz problemu	3
1.6	Uzyskane Wyniki	4
1.7	Interpretacja Wyników	4
2	Zadanie 2	5
2.1	Opis problemu	5
2.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	5
2.3	Ograniczenia	5
2.4	Funkcja Celu	5
2.5	Egzemplarz problemu	5
2.6	Uzyskane Wyniki	6
2.7	Interpretacja Wyników	6
3	Zadanie 3	7
3.1	Opis Problemu	7
3.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	7
3.3	Ograniczenia	7
3.4	Funkcja Celu	7
3.5	Egzemplarz problemu	8
3.6	Uzyskane Wyniki	8
3.7	Interpretacja Wyników	8
4	Zadanie 4	9
4.1	Opis Problemu	9
4.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	9
4.3	Ograniczenia	9

4.4	Funkcja Celu	9
4.5	Podpunkt a	10
4.5.1	Egzemplarz problemu	10
4.5.2	Uzyskane Wyniki	10
4.5.3	Interpretacja Wyników	10
4.6	Podpunkt b	10
4.6.1	Egzemplarz problemu	10
4.6.2	Uzyskane Wyniki	11
4.6.3	Interpretacja Wyników	12
4.7	Podpunkt c	12
4.8	Podpunkt d	13
5	Zadanie 5	14
5.1	Opis Problemu	14
5.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	14
5.3	Ograniczenia	14
5.4	Funkcja Celu	14
5.5	Egzemplarz problemu	14
5.6	Uzyskane Wyniki	15
5.7	Interpretacja Wyników	15
6	Zadanie 6	15
6.1	Opis Problemu	15
6.2	Definicje zmiennych decyzyjnych	15
6.3	Ograniczenia	15
6.4	Funkcja Celu	16
6.5	Egzemplarz problemu	16
6.6	Uzyskane Wyniki	16
6.7	Interpretacja Wyników	17

1 Zadanie 1

1.1 Opis problemu

Definiujemy S - zbiór dostawców, z którego każdy dostawca może sprzedać maksymalnie s_i paliwa, oraz A - zbiór odbiorców, do którego należy dostarczyć co najmniej a_j paliwa. Definiujemy macierz kosztu, gdzie c_{ij} oznacza koszt galonu paliwa transportowanego od dostawcy i do lotniska j .

1.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujmy następującą zmienną decyzyjną:

1. $x_{i,j}$ - paliwo dostarczane z i -tego dostawcy do j -tego lotniska.

icje zmiennych decyzyjnych (opis, jednostki), (b) ograniczenia (nie umieszczaj źródeł modelu), (c) funkcja celu, 2. krótki opis rozwiązania

1.3 Ograniczenia

Zdefiniujmy następujące ograniczenia:

1. $s_i \geq 0$ - każdy dostawca dostarcza paliwo
2. $a_j \geq 0$ - każde lotnisko potrzebuje paliwa
3. $c_{ij} \geq 0$ - koszt paliwa i transportu jest zawsze większy od zera.
4. $\sum_j x_{ij} \leq s_i$ - od każdego dostawcy dostarczyć możemy maksymalnie s_i paliwa.
5. $\sum_i x_{ij} \geq a_j$ - do każdego lotniska dostarczyć musimy co najmniej a_j paliwa.

1.4 Funkcja Celu

Zdefiniujmy następującą funkcję celu:

$$\text{minimize } \sum_{i \in S, j \in A} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

1.5 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry - trzech dostawców i cztery lotniska:

$$S = \{s_1, s_2, s_3\}$$
$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Następujące dostępności s_i :

$$s_1 = 275,000 \quad s_2 = 550,000 \quad s_3 = 660,000$$

Następujące zapotrzebowania a_j :

$$a_1 = 110,000 \quad a_2 = 220,000 \quad a_3 = 330,000 \quad a_4 = 440,000$$

Oraz następującą macierz kosztu c_{ij} :

$$\text{cost : } \begin{pmatrix} & s_1 & s_2 & s_3 \\ a_1 & 10 & 7 & 8 \\ a_2 & 10 & 11 & 14 \\ a_3 & 9 & 12 & 4 \\ a_4 & 11 & 13 & 9 \end{pmatrix}$$

1.6 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanego egzemplarza prezentuje następujące wyniki:

```
$ glpsol --model fuel.mod --data fuel.data
Time used:    0.0 secs
Memory used:  0.1 Mb (128314 bytes)
```

Optimal shipment quantities:

```
x[s1,a1] =      0.00
x[s1,a2] = 165000.00
x[s1,a3] =      0.00
x[s1,a4] = 110000.00
x[s2,a1] = 110000.00
x[s2,a2] = 55000.00
x[s2,a3] =      0.00
x[s2,a4] =      0.00
x[s3,a1] =      0.00
x[s3,a2] =      0.00
x[s3,a3] = 330000.00
x[s3,a4] = 330000.00
```

Total shipped per supplier:

```
s1: 275000.00
s2: 165000.00
s3: 660000.00
```

Total cost: 8525000

Model has been successfully processed

1.7 Interpretacja Wyników

Łączny koszt dostaw wyniósł 8,525,000 dolarów. Dostawcy dostarczyli następującą ilość galonów paliwa: $x_{s_1} = 275,000$; $x_{s_2} = 165,000$; $x_{s_3} = 660,000$. Wszystkie lotniska uzyskały wystarczającą ilość paliwa do swojej działalności. Na tej podstawie można odpowiedzieć na pytania postawione w poleceniu:

1. Minimalny łączny koszt dostaw wynosi 8,525,000 dolarów.
2. Tak, wszystkie firmy dostarczają paliwo.
3. Możliwości dostaw paliwa są wyczerpane u pierwszego i trzeciego dostawcy. Drugi dostawca może jeszcze dostarczyć 385,000 galonów.

2 Zadanie 2

2.1 Opis problemu

Mamy maszyny M i produkty P . Każdy produkt musi przejść przez określoną liczbę minut na każdej maszynie. Maszyny nie mogą pracować dłużej niż T godzin każda. Każda maszyna ma koszt stały c_m na godzinę pracy. Każdy produkt ma cenę materiałową C_p i cenę sprzedaży R_p . Maksymalny popyt na produkt p to D_p . Definiujemy macierz produkcji $\text{prod}_{p,m}$ jako liczbę minut, które produkt p musi spędzić na maszynie m .

2.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujemy następujące zmienne decyzyjne:

1. x_p - ilość wyprodukowanych jednostek produktu p w kilogramach.

2.3 Ograniczenia

Zdefiniujemy następujące ograniczenia:

1. $(\forall m \in M) \left(\sum_{p \in P} \text{prod}_{p,m} \cdot x_p \leq T \cdot 60 \right)$ - maksymalny czas pracy każdej maszyny.
2. $x_p \leq D_p$ - maksymalna produkcja każdego produktu.

2.4 Funkcja Celu

Zdefiniujemy następującą funkcję celu:

$$\text{maximize } \sum_{p \in P} (R_p - C_p) \cdot x_p - \sum_{m \in M} c_m \cdot \frac{1}{60} \left(\sum_{p \in P} \text{prod}_{p,m} \cdot x_p \right)$$

Po stronie zysków mamy sumę $R_p \cdot x_p$, czyli zysk jednostkowy razy liczba wyprodukowanych produktów. Po stronie kosztów mamy sumę $C_p \cdot x_p$, czyli koszt jednostkowy razy liczba wyprodukowanych produktów oraz koszt zmienny pracy każdej z maszyn, biorąc pod uwagę produkcje, które na nich wykonaliśmy.

2.5 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry:

$$M = \{m_1, m_2, m_3\} \quad P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$$

$$D_p = \{400, 100, 150, 500\} \quad T = 60 \text{ godzin}$$

$$c_m = 2, 2, 3 \quad C_p = 4, 1, 1, 1 \quad R_p = 9, 7, 6, 5$$

$$\text{prod}_{p,m} = \begin{pmatrix} & m_1 & m_2 & m_3 \\ p_1 & 5 & 10 & 6 \\ p_2 & 3 & 6 & 4 \\ p_3 & 4 & 5 & 3 \\ p_4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2.6 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanego egzemplarza prezentuje następujące wyniki:

```
glpsol --model prod.mod --data prod.data
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (134445 bytes)
```

Optimal production quantities:

```
Product p1: 125.00
Product p2: 100.00
Product p3: 150.00
Product p4: 500.00
```

Production cost per product:

```
Product p1: 500.00
Product p2: 100.00
Product p3: 150.00
Product p4: 500.00
```

Machine usage and cost:

```
Machine m1: 3525.00 minutes, cost: 117.50
Machine m2: 3600.00 minutes, cost: 120.00
Machine m3: 2100.00 minutes, cost: 105.00
```

Total profit: 3632.5

Model has been successfully processed

2.7 Interpretacja Wyników

Wyniki interpretuję następująco: Maksymalny popyt został wypełniony dla drugiego, trzeciego i czwartego produktu. Pierwszy produkt, ze względu na wysoki koszt produkcji i ograniczony czas pracy maszyn nie został wyprodukowany w maksymalnej ilości.

Łączny zysk z produkcji wyniósł 3,632.50 dolarów.

3 Zadanie 3

3.1 Opis Problemu

Wytwarzamy maksymalnie C jednostek w każdym z K następujących po sobie okresów. W każdym okresie koszt produkcji wynosi $c_j, j \in \{1, \dots, K\}$. Żeby sprostać wymaganiom rynku dodajemy dodatkową produkcję a_j , przy koszcie jednostkowym o_j . Wymaganie rynku (demand) określamy jako d_j . Możemy przechować do S jednostek w magazynie na kolejny okres, płacąc jednak T za każdą jednostkę. $S_0 \geq 0$ to początkowy stan magazynowy.

3.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujemy następujące zmienne decyzyjne:

1. I_j - stan magazynowy w okresie j .
2. P_j - produkcja w okresie j .
3. A_j - dodatkowa produkcja w okresie j .

3.3 Ograniczenia

Zdefiniujemy następujące ograniczenia dla magazynu, definiuje go poprzedni stan magazynu, produkcja i zapotrzebowanie.

1. $I_j \leq S$. Nie przekraczamy pojemności magazynu.
2. $I_1 = S_0 + P_1 + A_1 - d_1$. W pierwszym okresie uwzględniamy stan początkowy magazynu.
3. $I_j = I_{j-1} + P_j + A_j - d_j, j > 1$. Następnie uwzględniamy poprzedni stan magazynu.

Zdefiniujemy następujące ograniczenia dla produkcji:

1. $P_j \leq C$, zawsze produkujemy bazowo maks C produktów.
2. $A_j \leq a_j$, produkujemy dodatkowo maks a_j produktów.

3.4 Funkcja Celu

Zdefiniujemy następującą funkcję celu:

$$\text{minimize } \sum_{j \in 1..K} c_j \cdot P_j + o_j \cdot A_j + T \cdot I_j$$

Minimalizujemy koszt produkcji standardowej, dodatkowej oraz cene przechowywania w magazynie, po każdym z okresów K .

3.5 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry:

$$\begin{aligned}K &= 1, 2, 3, 4, C = 100, S = 70, S_0 = 15, T = 1500 \\c_j &= (6000, 4000, 8000, 9000) \\a_j &= (60, 65, 70, 60) \\o_j &= (8000, 6000, 10000, 11000) \\d_j &= (130, 80, 125, 195)\end{aligned}$$

3.6 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanego egzemplarza prezentuje następujące wyniki:

```
glpsol --model prod.mod --data prod.data
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (126561 bytes)
Display statement at line 73
production[1].val = 100
production[2].val = 100
production[3].val = 100
production[4].val = 100
additional_production[1].val = 15
additional_production[2].val = 50
additional_production[3].val = 0
additional_production[4].val = 50
inventory[1].val = 0
inventory[2].val = 70
inventory[3].val = 45
inventory[4].val = 0
total_cost.val = 3842500
Model has been successfully processed
```

3.7 Interpretacja Wyników

Najniższy koszt wyniósł 3,842,500 dolarów. Każdorazowo produkcja standardowa wynosiła 100 - czyli ustalony przez nas limit produkcji standardowej. Następnie aby sprostać wymaganiu d_3, d_4 przechowaliśmy w okresach 2, 3 odpowiednio 70 i 45 produktów. Zgada się to z intuicją, ponieważ w okresie 2 obserwujemy najniższy koszt produkcji jednostkowej. Możemy udzielić odpowiedzi na pytania:

1. Minimalny łączny koszt produkcji i magazynowania wynosi 3,842,500 dolarów.
2. W okresach 1, 2, 4 firma musi zaplanować produkcję ponadwymiarową w ilościach 15, 50, 50.

3. W okresie 2 możliwości magazynowania towaru są wyczerpane.

4 Zadanie 4

4.1 Opis Problemu

Weźmy sieć połączeń za pomocą skierowanego grafu $G = (N, A)$, N -miasta, A -połączenia między miastami. Dane są c_{ij} - koszt przejazdu z i do j , $i, j \in N$ oraz czas przejazdu t_{ij} . Mamy również dwa miasta s, e - miasto startowe oraz miasto końcowe. Celem jest znalezienie najtańszej ścieżki z s do e , której sumaryczny czas przejścia nie przekracza T .

4.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujmy następujące zmienne decyzyjne:

1. R_{ij} - macierz krawędzi (1-bierzemy krawędź do ścieżki, 0-w.p.p.)

4.3 Ograniczenia

Zdefiniujmy następujące ograniczenia:

1. $\sum_j R_{sj} = 1$ - wychodzimy raz z miasta startowego.
2. $\sum_j R_{je} = 1$ - wchodzimy raz do miasta końcowego.
3. $(\forall k \in N - \{s, e\}) \left(\sum_i R_{ik} = \sum_j R_{kj} \right)$ - dla każdego pozostałego miasta suma wejść jest równa sumie wyjść.
4. $\sum_{ij} t_{ij} \cdot R_{ij} \leq T$ - wybrana ścieżka nie przekracza T .

4.4 Funkcja Celu

Zdefiniujmy następujące funkcje celu:

$$\text{minimize } \sum_{i,j \in N} c_{ij} \cdot R_{ij}$$

4.5 Podpunkt a

4.5.1 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, s = 1, e = 10, T = 15$$
$$(i, j, c_{ij}, t_{ij}) = \{(1, 2, 3, 4), (1, 3, 4, 9), (1, 4, 7, 10), (1, 5, 8, 12),$$
$$(2, 3, 2, 3), (3, 4, 4, 6), (3, 5, 2, 2), (3, 10, 6, 11),$$
$$(4, 5, 1, 1), (4, 7, 3, 5), (5, 6, 5, 6), (5, 7, 3, 3),$$
$$(5, 10, 5, 8), (6, 1, 5, 8), (6, 7, 2, 2), (6, 10, 7, 11),$$
$$(7, 3, 4, 6), (7, 8, 3, 5), (7, 9, 1, 1), (8, 9, 1, 2),$$
$$(9, 10, 2, 2)\}$$

4.5.2 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanego egzemplarza prezentuje następujące wyniki:

```
glpsol --data graph.data --model graph.mod
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.2 Mb (244155 bytes)
1 -> 2
2 -> 3
3 -> 5
5 -> 7
7 -> 9
9 -> 10
Total cost: 13
Total time: 15
Model has been successfully processed
```

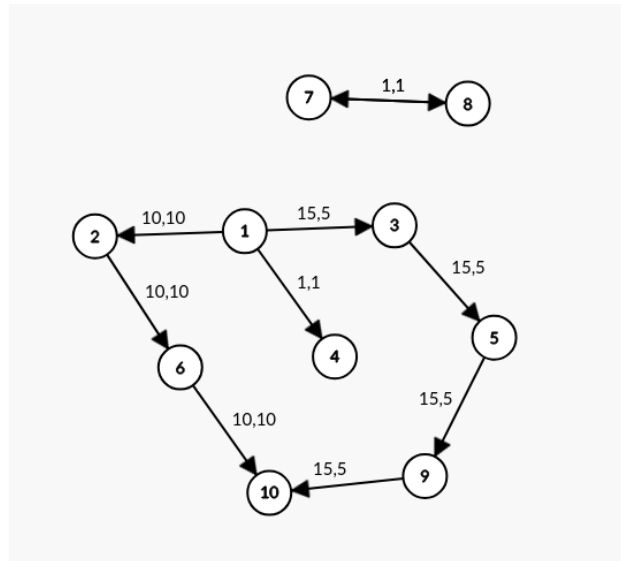
4.5.3 Interpretacja Wyników

W zadanym grafie znaleźliśmy ścieżkę o koszcie $c = 13$ i czasie $t = 15$: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 10$. Jest długa pod względem liczby krawędzi (ignorując koszty można z $1 \rightarrow 10$ dojść w dwóch krawędziach), ale jest najlepsza z możliwych opcji, biorąc również pod uwagę ograniczenie czasowe.

4.6 Podpunkt b

4.6.1 Egzemplarz problemu

Wymyśliłem następujący graf - opis krawędzi (cost, time), $s = 1, e = 10$



Rysunek 1: Graf dla podpunktu b

4.6.2 Uzyskane Wyniki

max_time = 25

Time used: 0.0 secs

Memory used: 0.2 Mb (240874 bytes)

1 -> 3

3 -> 5

5 -> 9

9 -> 10

Total cost: 60

Total time: 20

Model has been successfully processed

max_time = 30

Time used: 0.0 secs

Memory used: 0.2 Mb (240874 bytes)

1 -> 2

2 -> 6

6 -> 10

Total cost: 30

Total time: 30

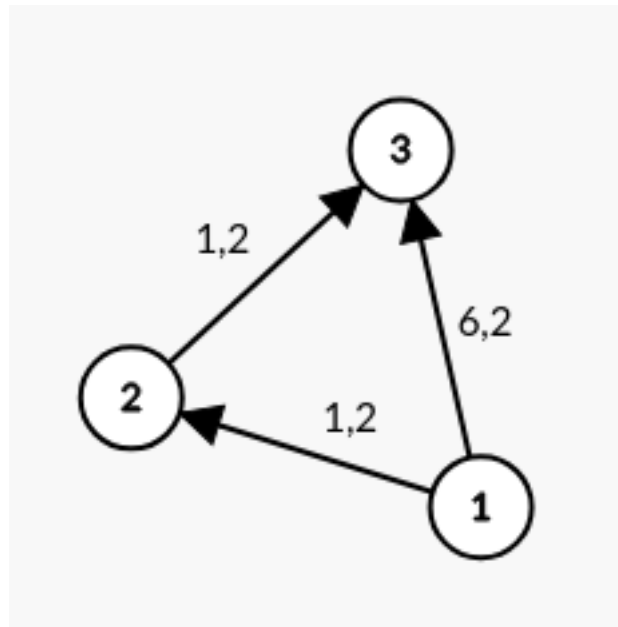
Model has been successfully processed

4.6.3 Interpretacja Wyników

Ścieżka o najniższym koszcie dla czasu maksymalnego $T = 25$ i zadanego grafu to $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10$. Podnosząc $T = 30$ widzimy nową, krótszą ścieżkę $1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 10$, której koszt jest jednak większy od 25, co oznacza że dla mniejszego T jest ona zbyt długa czasowo.

4.7 Podpunkt c

Zakładamy niecałkowitoliczbowość w wartościach macierzy decyzyjnej R_{ij} . Spróbujemy rozwiązać następujący przykład $T = 3$, $s = 1$, $e = 3$.



Rysunek 2: Graf dla podpunktu c

```
glpsol --model float.mod --data float.data
```

```
Time used: 0.0 secs
```

```
Memory used: 0.1 Mb (126442 bytes)
```

```
0.50 1 -> 2
```

```
0.50 1 -> 3
```

```
0.50 2 -> 3
```

```
Total cost: 4
```

```
Total time: 3
```

```
glpsol --model graph.mod --data float.data
```

```
Time used: 0.0 secs
```

```
Memory used: 0.1 Mb (147075 bytes)
```

```
1 -> 3
```

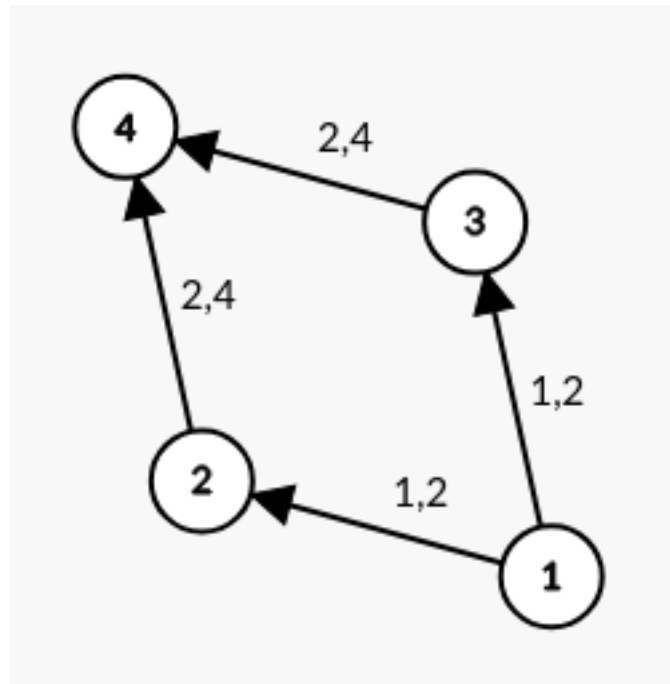
```
Total cost: 6
```

```
Total time: 2
```

Model niecałkowitoliczbowy zwraca ścieżkę o niższym koszcie 4, biorąc z dwóch możliwych ścieżek obie, w równych wagach. Model całkowitoliczbowy zwraca ścieżkę o koszcie 6. Skoro minimalizujemy koszt i rozwiązanie optymalnie nie posiada wartości całkowitych, to pokazaliśmy, że ograniczenie na całkowitoliczbowość jest potrzebne. W przeciwnym wypadku otrzymujemy inny problem z potencjalnie wieloma ścieżkami.

4.8 Podpunkt d

Usuńmy ograniczenie T oraz rozważmy poniższy przykład, $s = 1, e = 4$.



Rysunek 3: Graf dla podpunktu d

Rozwiązanie tego egzemplarza może obejmować przejście $R_1 (1 \rightarrow 2 \rightarrow 4)$, $R_2 (1 \rightarrow 3 \rightarrow 4)$ dla $R_1 + R_2 = 1$. Ale taka sytuacja nastąpi jedynie, gdy podścieżki mają sumarycznie ten sam koszt, co w zasadzie pozwala zredukować dwie ścieżki, do jednej - pomimo że technicznie poprawny jest wybór dowolnego $R_1 \in [0, 1]$ solver preferuje zwrócić liczbę całkowitą.

```
glpsol --model float.mod --data d.data
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (127711 bytes)
1.00 1 -> 2
1.00 2 -> 4
Total cost: 3
Total time: 6
```

Zatem otrzymane połączenie, po ewentualnej korekcie wag, będzie akceptowalnym rozwiązaniem.

5 Zadanie 5

5.1 Opis Problemu

Mamy komendę policji która chce rozdysponować radiowozy po zmianach i dzielnicach. Szukamy takiej macierzy R_{zd} gdzie $z \in Z$ -zmiana $d \in D$ -dzielnica, przy czym nie możemy przekroczyć limitów radiowozów na zmianę w dzielnicy max_{zd} , oraz musimy utrzymać minimalne ilości radiowozów na zmianę w dzielnicy min_{zd} , na zmianę sumarycznie S_z oraz na dzielnice sumarycznie S_d

5.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujemy następujące zmienne decyzyjne:

1. R_{zd} - radiowozy na zmianie z w dzielnicy d .

5.3 Ograniczenia

Zdefiniujemy następujące ograniczenia:

1. $(\forall z \in Z) (\forall d \in D) R_{zd} \geq min_{zd}$ - minimalna liczba radiowozów w komórce
2. $(\forall z \in Z) (\forall d \in D) R_{zd} \leq max_{zd}$ - maksymalna liczba radiowozów w komórce
3. $(\forall z \in Z) \sum_{d \in D} R_{zd} \geq S_z$ - sumarycznie więcej niż S_z na zmianę
4. $(\forall d \in D) \sum_{z \in Z} R_{zd} \geq S_d$ - sumarycznie więcej niż S_d na dzielnice

5.4 Funkcja Celu

Zdefiniujemy następujące funkcje celu:

$$\text{minimize } \sum_{z \in Z, d \in D} R_{zd}$$

Efektywnie minimalizujemy liczbę pojazdów na drodze.

5.5 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry:

$$\begin{aligned} Z &= \{1, 2, 3\}, \quad D = \{1, 2, 3\} \\ S_z &= \{10, 20, 18\}, \quad S_d = \{10, 14, 13\} \\ min_{zd} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}, \quad max_{zd} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 7 & 10 \\ 3 & 8 & 12 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5.6 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanego egzemplarza prezentuje następujące wyniki:

```
$ glpsol --model police.mod --data police.data
Time used:    0.0 secs
Memory used:  0.1 Mb (126583 bytes)
Occupancy Matrix:
3 4 3
5 7 8
5 7 6
Display statement at line 58
48
Model has been successfully processed
```

5.7 Interpretacja Wyników

W zasadzie robimy absolutne minimum, z warunku S_z widzimy, że nie możemy zejść poniżej 48 radiowozów i szczęśliwie takie rozstawienie udaje się znaleźć. Jesteśmy niewiele ponad minimalne wymagania min_{zd} w każdej komórce, a jednak dla każdej zmiany i dzielnicy pokrywamy zadane wymagania.

6 Zadanie 6

6.1 Opis Problemu

Mamy działkę podzieloną na siatkę $m \times n$, w której to trzymamy kontenery, wyrażone za pomocą macierzy K_{ij} , $i \in M, j \in N$ - zero gdy nie ma kontenera, jeden gdy jest. Chcemy aby chociaż jedna kamera ze minimalnego zbioru kamer C_{ij} patrzyła na każdy kontener, przy czym kamera widzi k pól do góry, w dół, w prawo i w lewo, i nie może stać w polu, na którym jest kontener.

6.2 Definicje zmiennych decyzyjnych

Zdefiniujmy następujące zmienne decyzyjne:

1. C_{ij} - ustawienie kamer; $C_{ij} = 0$ - nie ma kamery, $C_{ij} = 1$ - jest kamera.

6.3 Ograniczenia

Zdefiniujmy następujące ograniczenia:

1. Kamery nie mogą być ustawione na polach z kontenerami.

$$\forall i \in \{1, \dots, m\}, \forall j \in \{1, \dots, n\}, \text{jeśli } K_{ij} = 1, \text{ to } C_{ij} = 0$$

2. Co najmniej jedna kamera patrzy na kontener.

$$(\forall i, j : K_{ij} = 1, d_i, d_j \in \{-k, \dots, -1, 1, \dots, k\}) \sum_{i: K_{i+di,j}=0} C_{i+di,j} + \sum_{j: K_{i,j+dj}=0} C_{i,j+dj} \geq 1$$

6.4 Funkcja Celu

Zdefiniujmy następujące funkcje celu:

$$\text{minimize} \sum_{(i,j) \in M \times N} C_{ij}$$

6.5 Egzemplarz problemu

Egzemplarz problemu definiują następujące parametry:

$$m = 5, \quad n = 5, \quad k_1 = 1$$

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Oraz drugi egzemplarz, w którym $k_2 = 5$, m, n, K_{ij} bez zmian.

6.6 Uzyskane Wyniki

Model dla zadanych egzemplarzy prezentuje następujące wyniki:

k = 1

```
Time used:    0.0 secs
Memory used:  0.1 Mb (148720 bytes)
Display statement at line 37
total_cameras.val = 4
```

```
* x . * x
. . . . .
. . . . .
. . . * x
x * . . .
```

Legend:

```
x - container
* - camera
. - empty space
```

Model has been successfully processed

$k = 5$

Time used: 0.0 secs

Memory used: 0.2 Mb (161455 bytes)

Display statement at line 37

total_cameras.val = 2

```
. x * . x
. . . . .
. . . . .
. . . . x
x . . . *
```

Legend:

x - container

* - camera

. - empty space

Model has been successfully processed

6.7 Interpretacja Wyników

W przypadku $k = 1$ potrzebujemy 4 kamery na 4 kontenery, a w przypadku $k = 5$ na te same kontenery potrzebujemy już tylko dwie kamery. Widzimy, że wraz ze wzrostem k pokrycie naszego pola staje się łatwiejsze, ponieważ pojedyncza kamera widzi więcej pól.