

Algorytmy Metaheurystyczne

Lista 1 - TSP Local Search

Rafał Włodarczyk

31.03.2026

Spis treści

1	Model	1
2	Źródło dla danych	1
3	Głębokość Local Search	1
4	Zadanie 1 - Wybór najlepszej Inwersji	2
5	Zadanie 2 - Wybór najlepszej Inwersji z n losowych	2
6	Zadanie 3 - MST + Local Search	2
7	Wykresy dla najlepszego rozwiązania każdej metody	3
7.1	western_sahara.tsp	3
7.2	djibouti.tsp	3
7.3	qatar.tsp	3
7.4	uruguay.tsp	3
7.5	zimbabwe.tsp	4
7.6	oman.tsp	4
7.7	canada.tsp	4
7.8	tanzania.tsp	4
7.9	egypt.tsp	5
7.10	ireland.tsp	5
8	Wnioski	5

1 Model

Model TSP zakłada graf pełny $G = (V, E)$ z wagami.

2 Źródło dla danych

Dane do programu są wzięte ze strony internetowej:

<https://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/countries.html>

oraz są dostępne do pobrania w formacie `.tsp` za pomocą skryptu `get_data.sh`.

3 Głębokość Local Search

Średnia liczba kroków poprawy szacuje czynnik stały złożoności czasowej algorytmu Local Search.

4 Zadanie 1 - Wybór najlepszej Inwersji

Funkcja $\text{invert}(\pi, i, j)$ odwraca fragment permutacji π od indeksu i do indeksu j . Wszystkich takich funkcji (rozmiar otoczenia) dla $|\pi| = n$ jest $\frac{n(n-1)}{2}$, ponieważ możemy wybrać dowolne dwa indeksy i i j takie, że $0 \leq i < j < n$.

Wobec tego przeszukanie wszystkich możliwych inwersji i wybór najlepszej ma złożoność czasową $\mathcal{O}(n^2)$, ponieważ musimy rozważyć każdą parę indeksów i i j . Ponadto powtórzenie testu n - razy sprawia, iż całkowita złożoność czasowa tego algorytmu wynosi $\mathcal{O}(n^3)$.

Tabela 1: Full Local Search

Plik	Liczba Miast	Średni dystans	Średnia liczba kroków	Najlepszy dystans	OPT	Błąd Względny
File: western_sahara.tsp	29	31231.60	3.00	28590	27603	3.58%
File: djibouti.tsp	38	8110.00	3.50	7535	6656	13.21%
File: qatar.tsp	194	10707.92	4.92	10092	9352	7.91%
File: uruguay.tsp	734	90888.85	6.70	87897	79114	11.1%
File: zimbabwe.tsp	929	108498.27	7.13	105188	95345	10.32%
File: oman.tsp	1979	100057.23	7.86	95344	86891	9.73%
File: canada.tsp	4663	1492425.82	8.41	1442507	1290319	11.79%
File: tanzania.tsp	6117	454060.29	9.00	446993	394718	13.24%
File: egypt.tsp	7146	194600.18	10.45	190220	172386	10.35%
File: ireland.tsp	8246	235919.09	10.10	232691	206171	12.86%

5 Zadanie 2 - Wybór najlepszej Inwersji z n losowych

Modyfikujemy Local Search o wybrane losowo n par (i, j) , gdzie $0 \leq i < j < n$, i dla każdej z tych par wykonujemy inwersję na permutacji π . Rozważamy $\mathcal{O}(n)$ par indeksów, a powtórzenie testu n - razy sprawia, że całkowita złożoność czasowa tego algorytmu wynosi $\mathcal{O}(n^2)$.

Tabela 2: n-Randomized Local Search

Plik	Liczba Miast	Średni dystans	Średnia liczba kroków	Najlepszy dystans	OPT	Błąd Względny
File: western_sahara.tsp	29	41401.83	10.76	34318	27603	24.33%
File: djibouti.tsp	38	11162.63	11.42	8034	6656	20.7%
File: qatar.tsp	194	16972.72	49.98	13968	9352	49.36%
File: uruguay.tsp	734	171951.37	151.78	142188	79114	79.73%
File: zimbabwe.tsp	929	202461.02	197.27	163424	95345	71.4%
File: oman.tsp	1979	220329.83	386.46	171864	86891	97.79%
File: canada.tsp	4663	3214427.97	788.47	2664482	1290319	106.5%
File: tanzania.tsp	6117	1010459.76	979.40	837136	394718	112.08%
File: egypt.tsp	7146	460963.29	1120.85	367739	172386	113.32%
File: ireland.tsp	8246	520394.17	1217.94	435965	206171	111.46%

6 Zadanie 3 - MST + Local Search

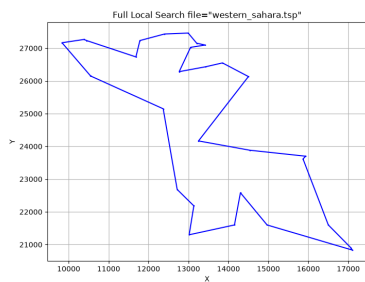
Modyfikujemy Local Search, rozpoczynając od wyznaczenia MST za pomocą algorytmu Kruskala, opisanego w poprzedniej liście w $\mathcal{O}(|E| \log |E|)$, a następnie \sqrt{n} razy wykonujemy DFS z losowo wybranego wierzchołka w MST, aby uzyskać permutację wierzchołków następnie przekazywanych do pełnego Local Search. Pomimo, że tworzymy nakład pracy $\mathcal{O}(n^2 \log n)$ na początku, to jednak złożoność czasowa całego algorytmu jest $\mathcal{O}(n^3)$, ponieważ wykonujemy pełny Local Search, który ma złożoność $\mathcal{O}(n^3)$.

Tabela 3: MST Local Search

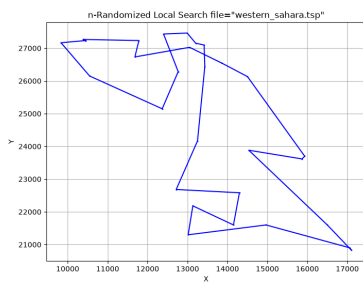
Plik	Liczba Miast	Średni dystans	Średnia liczba kroków	Najlepszy dystans	OPT	Błąd Względny
File: western_sahara.tsp	29	31431.80	117.60	29594	27603	7.21%
File: djibouti.tsp	38	7762.67	166.50	7440	6656	11.78%
File: qatar.tsp	194	10788.08	1232.23	10246	9352	9.56%
File: uruguay.tsp	734	89964.59	5782.56	87947	79114	11.16%
File: zimbabwe.tsp	929	108716.93	7485.87	104581	95345	9.69%
File: oman.tsp	1979	99123.91	17577.23	95679	86891	10.11%
File: canada.tsp	4663	1488226.87	45797.29	1451566	1290319	12.5%
File: tanzania.tsp	6117	454066.83	61003.18	445111	394718	12.77%
File: egypt.tsp	7146	195387.80	77574.29	190324	172386	10.41%
File: ireland.tsp	8246	235855.07	93443.33	233043	206171	13.03%

7 Wykresy dla najlepszego rozwiązania każdej metody

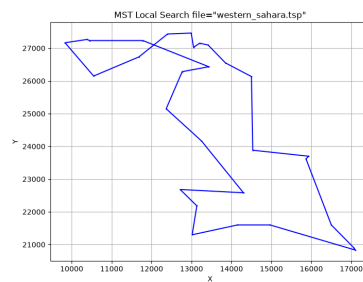
7.1 western_sahara.tsp



task1(western_sahara.tsp)

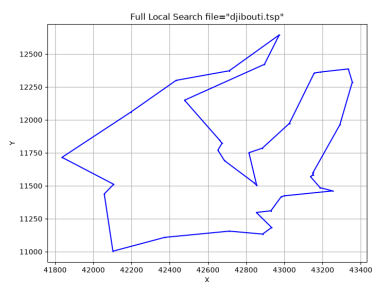


task2(western_sahara.tsp)

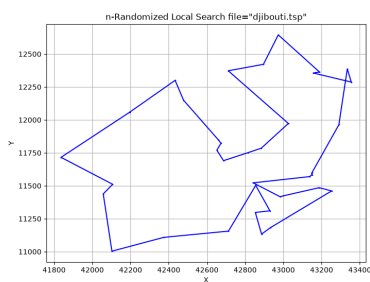


task3(western_sahara.tsp)

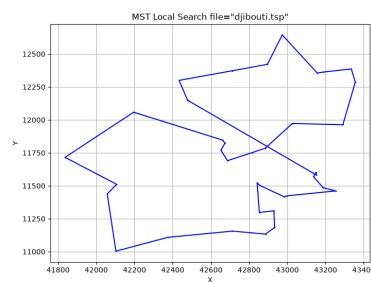
7.2 djibouti.tsp



task1(djibouti.tsp)

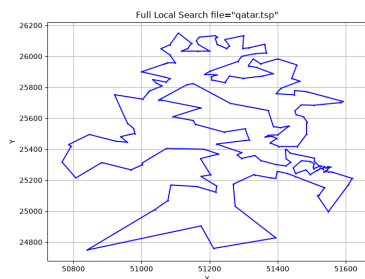


task2(djibouti.tsp)

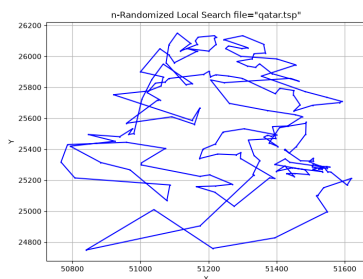


task3(djibouti.tsp)

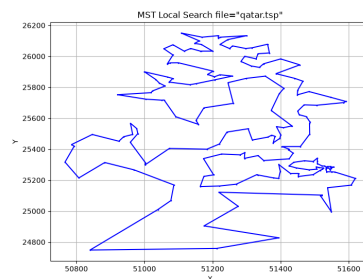
7.3 qatar.tsp



task1(qatar.tsp)

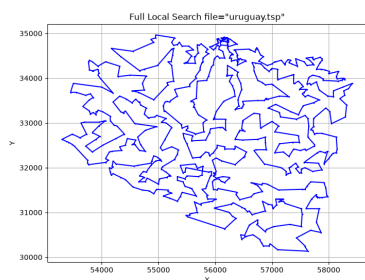


task2(qatar.tsp)

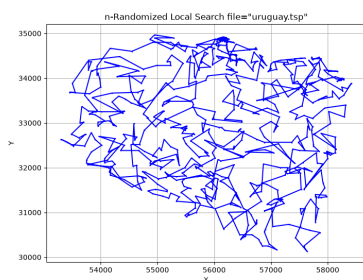


task3(qatar.tsp)

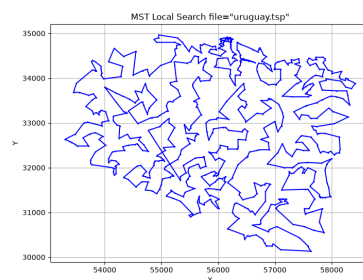
7.4 uruguay.tsp



task1(uruguay.tsp)

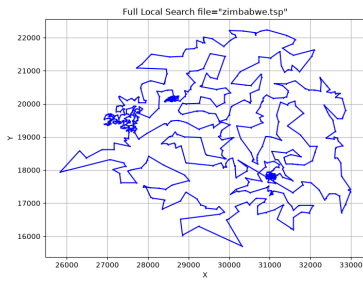


task2(uruguay.tsp)

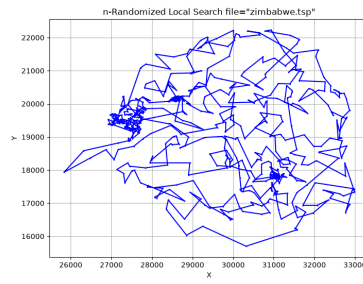


task3(uruguay.tsp)

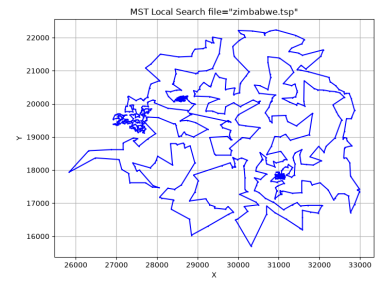
7.5 zimbabwe.tsp



task1(zimbabwe.tsp)

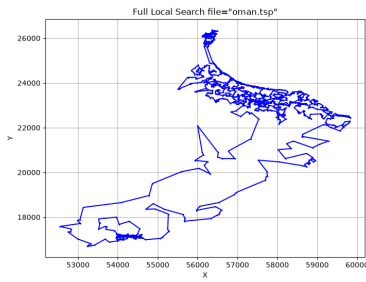


task2(zimbabwe.tsp)

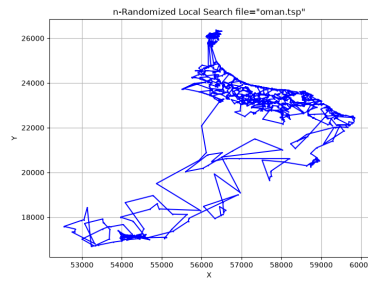


task3(zimbabwe.tsp)

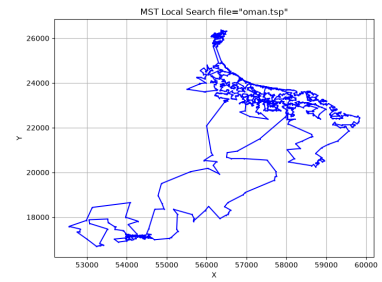
7.6 oman.tsp



task1(oman.tsp)

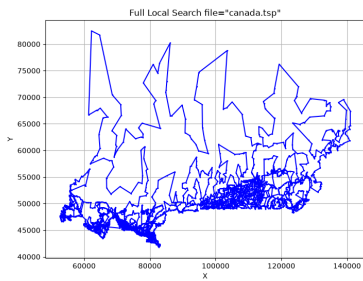


task2(oman.tsp)

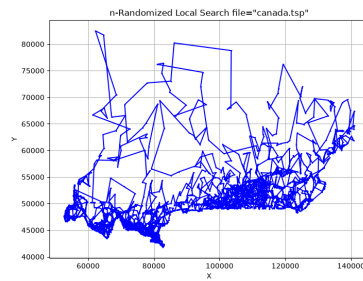


task3(oman.tsp)

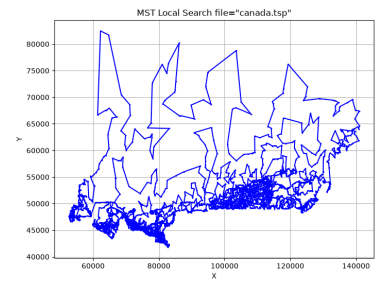
7.7 canada.tsp



task1(canada.tsp)

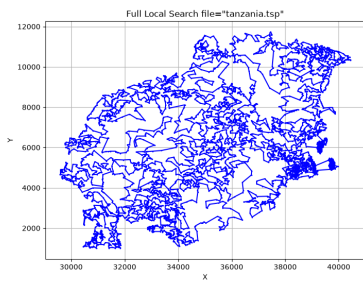


task2(canada.tsp)

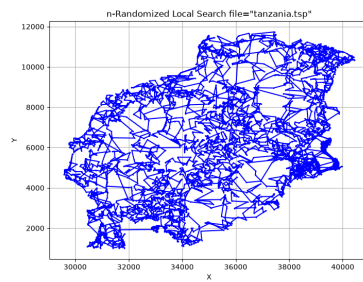


task3(canada.tsp)

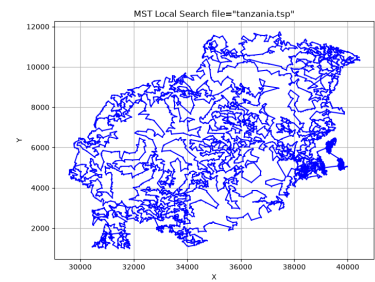
7.8 tanzania.tsp



task1(tanzania.tsp)

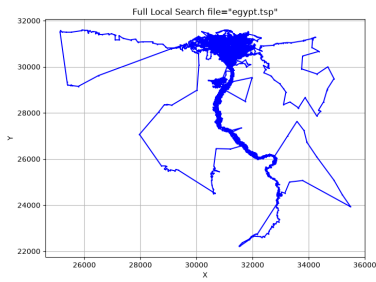


task2(tanzania.tsp)

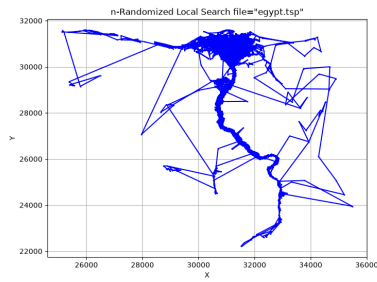


task3(tanzania.tsp)

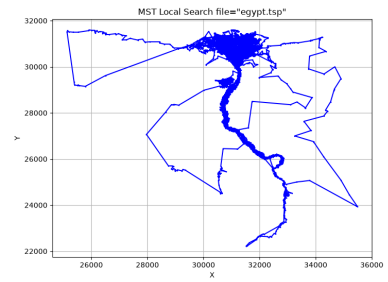
7.9 egypt.tsp



task1(egypt.tsp)

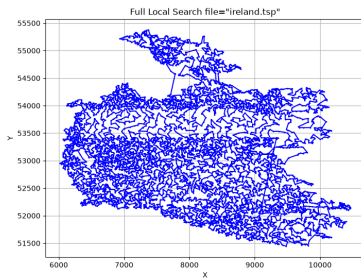


task2(egypt.tsp)

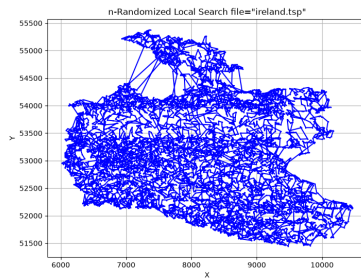


task3(egypt.tsp)

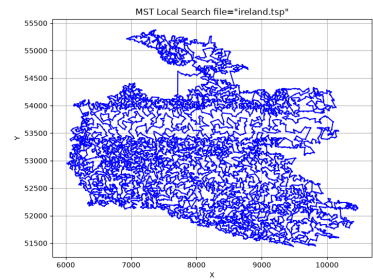
7.10 ireland.tsp



task1(ireland.tsp)



task2(ireland.tsp)



task3(ireland.tsp)

8 Wnioski

Wyniki pokazują, że algorytm wyboru najlepszej inwersji jest najdokładniejszy, obarczony jest jednak największą złożonością. Algorytm wyboru najlepszej inwersji z n losowych jest mniej dokładny, ale ma mniejszą złożoność, dzięki czemu wykonuje się szybciej. Algorytm MST + Local Search jest najbardziej złożony, ale tylko z pozoru ponieważ początkowe wytworzenie MST i rozwiązania 2- optymalnego pozwala na znaczące zredukowanie liczby kroków poprawy, dzięki czemu algorytm wykonuje się szybciej niż pełny Local Search, jednocześnie pozostając bardziej dokładnym niż wybór najlepszej inwersji z n losowych.